

Prirodno-matematički fakultet  
Društvo matematičara i fizičara Crne Gore

**OLIMPIJADA ZNANJA 2014**

Takmičenje iz MATEMATIKE  
za VIII razred osnovne škole

1. Dokazati da je broj  $2^{62} + 1$  djeljiv brojem  $2^{31} + 2^{16} + 1$ .
2. Za 100 učesnika na turniru organizuju se nagradni dueli, po dva duela za svakog učesnika. Pri tome ne postoje dva učesnika iste snage, a u duelu dva učesnika jači uvijek pobijedi slabijeg. Nagrade dobijaju svi učesnici koji pobijede u dva duela. Odrediti najmanji mogući broj nagrađenih.
3. Ako je  $n$  složen broj veći od 4, dokazati da je broj  $(n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$  djeljiv sa  $n$ .
4. Neka je dat oštar ugao  $\angle bOc$  i neka je  $A$  tačka u njegovoj unutrašnjosti. Odrediti tačke  $B$  i  $C$  na kracima  $Ob$  i  $Oc$  redom takve da zbir dužina duži  $|AB| + |BC| + |AC|$  bude namjanji mogući. Detaljno obrazložiti odgovor.

**Vrijeme rada: 180 minuta.**

**Svaki zadatak se boduje od 0 do 25 poena.**

**Rješenja zadataka detaljno obrazložiti.**